

# OPTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

## CASO DE ESTUDO: SUB-SISTEMA DA PÓVOA/VILA DO CONDE

Catarina Sousa<sup>1</sup>; Dídia Covas<sup>2</sup>; Helena Ramos<sup>3</sup>;  
Susana Pedras<sup>4</sup>; Cristiana Barbosa<sup>5</sup>; José Tentúgal Valente<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Engenheira, ECOSERVIÇOS, Lda., [csousa@ecoservicos.pt](mailto:csousa@ecoservicos.pt)

<sup>2</sup>Professora Auxiliar, Instituto Superior Técnico, [didia.covas@civil.ist.utl.pt](mailto:didia.covas@civil.ist.utl.pt)

<sup>3</sup>Professora com Agregação, Instituto Superior Técnico, [helena.ramos@civil.ist.utl.pt](mailto:helena.ramos@civil.ist.utl.pt)

<sup>4</sup>Engenheira, Águas do Cavado, S.A., [susana.pedras@aguas-cavado.pt](mailto:susana.pedras@aguas-cavado.pt)

<sup>5</sup>Engenheira, Águas do Cavado, S.A., [cristiana.barbosa@aguas-cavado.pt](mailto:cristiana.barbosa@aguas-cavado.pt)

<sup>6</sup>Presidente, Águas do Cavado, S.A., [tentugal.valente@aguas-cavado.pt](mailto:tentugal.valente@aguas-cavado.pt)

Palavras-Chave: modelação hidráulica; algoritmos genéticos; optimização

### Resumo

O presente trabalho tem por objectivo a análise e a optimização de estratégias de gestão e operação de sistemas de abastecimento de água. Para o efeito, desenvolveu-se um modelo computacional integrado para avaliação de desempenho e optimização operacional dos sistemas, constituído por três módulos: um módulo de simulação hidráulica, um módulo de avaliação de desempenho e um módulo de optimização baseado em Algoritmos Genéticos. O modelo desenvolvido foi aplicado a um sub-sistema de um sistema adutor real - o sub-sistema da Póvoa / Vila do Conde, integrado no Sistema Multimunicipal de Abastecimento de Água do Baixo Cávado e Ave. A aplicação do modelo desenvolvido teve como principal objectivo a optimização do funcionamento dos sistemas elevatórios de Laúndos-Rates e de Casais nas vertentes de optimização simples e multicritério. Os resultados obtidos permitiram concluir que a definição de esquemas de bombagem optimizados para além de reduzir os custos de bombagem em cerca de 6 a 8%, permite aumentar a fiabilidade hidráulica do sistema em termos de volume de reserva disponível.

## 1. Introdução

Um sistema de abastecimento de água (SAA) tem um funcionamento óptimo quando o seu modo de operação garante, com o mínimo de custos de exploração, a satisfação das necessidades diárias dos consumidores em termos quantitativos e qualitativos. No domínio da gestão técnica dos sistemas, a optimização pode ser encarada em múltiplas vertentes (*e.g.*, reabilitação, expansão, racionalização do consumo de energia, fiabilidade hidráulica, redução de perdas).

No presente trabalho, os objectivos da optimização consistem na minimização dos custos de energia e na maximização da fiabilidade hidráulica do sistema quantificada através da capacidade de reserva disponível nos reservatórios. Pelo facto de os custos associados ao consumo de energia representarem a maior parcela dos custos totais de exploração dos SAA, numa primeira fase o problema de optimização é tratado como *optimização simples*, em que o único objectivo consiste apenas na minimização dos custos de energia no sistema. Numa segunda fase, o problema de optimização é encarado numa perspectiva multicritério em que se consideram dois objectivos conflituosos entre si: minimização dos custos de energia e maximização de fiabilidade hidráulica em termos de volume de reserva disponível.

O tratamento do problema de *optimização multicritério* teve por base o método clássico dos factores de ponderação (Gill et al., 1981), em que as duas funções objectivo são adimensionalizadas e integradas numa única função agregada por intermédio da atribuição de pesos

(factores de ponderação) que traduzem a sua respectiva importância no processo de optimização. Na definição dos factores de ponderação podem seguir-se duas abordagens distintas: uma abordagem simplificada em que os factores de ponderação são determinados em função da importância atribuída a cada um dos objectivos e uma abordagem não convencional em que os factores de ponderação são integrados como variáveis de decisão no processo de optimização. A diferença fundamental nos dois tipos de abordagem reside no espaço de soluções. Enquanto que na abordagem simplificada o objectivo consiste na determinação de uma solução óptima para o problema, na abordagem não convencional baseada nos conceitos de dominância de Pareto (Goldberg, 1989) o objectivo não é identificar a solução óptima, mas sim determinar o conjunto de soluções óptimas designadas por soluções óptimas de Pareto (fronteira de Pareto).

## 2. Descrição do Caso de Estudo

O sub-sistema da Póvoa/Vila do Conde, integrado no Sistema Multimunicipal de Abastecimento de Água do Baixo Cávado e Ave (Figura 1), serve os municípios de Póvoa de Varzim, Vila do Conde e parte do Município de Barcelos. Fisicamente, é constituído por cerca de 23 km de condutas gravíticas, 6 km de condutas elevatórias, 6 reservatórios e 3 sistemas elevatórios. Dos três sistemas elevatórios, actualmente apenas se encontram em funcionamento dois - Laúndos-Rates e Casais - que serão analisados em separado dado o seu funcionamento ser independente e à sua optimização estarem associados elevados tempos de simulação.

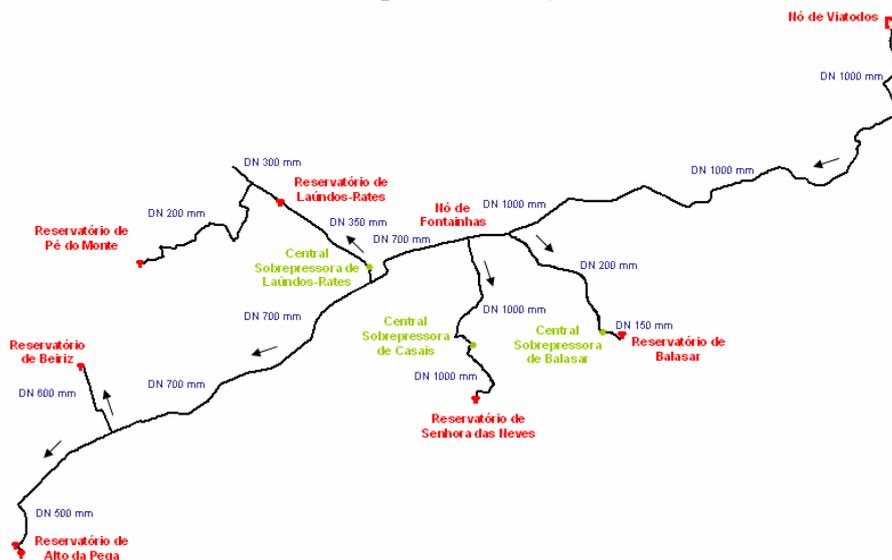


Figura 1. Representação esquemática do Sub-sistema da Póvoa/Vila do Conde

A Águas do Cávado, S.A. disponibilizou o modelo de simulação do sub-sistema em estudo. Este modelo foi construído, com o apoio da equipa do LNEC, no âmbito da “Iniciativa Nacional para a Simulação de Sistemas de Abastecimento de Água” (INSSAA).

## 3. Modelo Computacional

### 3.1 Estrutura

O modelo computacional desenvolvido em Visual Studio C++, versão 2005, é constituído por três módulos: (i) um módulo de *simulação hidráulica* que descreve o comportamento do sistema (EPANET); (ii) um módulo de *avaliação do desempenho técnico* do sistema, nas vertentes técnico-hidráulica, fiabilidade, perdas, custos de energia e, indirectamente, de qualidade da água, baseado em curvas de desempenho; (iii) um módulo de *optimização* baseado em Algoritmos Genéticos que permite minimizar o custo de energia, ajustando-o às tarifas em vigor e, maximizar a fiabilidade hidráulica em termos de volume de reserva disponível nos domínios da optimização simples e multicritério. Na Figura 2, apresenta-se um esquema representativo da interacção entre os três módulos que constituem o modelo computacional desenvolvido.

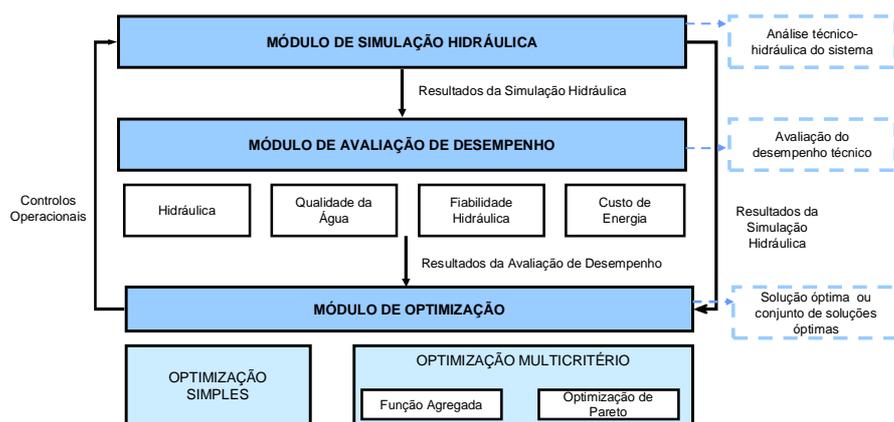


Figura 2. Estrutura do modelo desenvolvido

### 3.2 Módulo de simulação hidráulica

O *módulo de simulação hidráulica* utiliza os códigos da biblioteca de vínculo dinâmico (*toolkit library*) do simulador hidráulico EPANET. Este módulo pode ser aplicado independentemente dos restantes desde que o objectivo da sua utilização seja o cálculo das variáveis técnico-hidráulicas e de qualidade da água do sistema. No entanto, a aplicação dos outros dois módulos não é independente, na medida em que a aplicação dos módulos de avaliação de desempenho e de optimização tem por base os resultados obtidos na execução do módulo de simulação hidráulica. Por outro lado, a aplicação do módulo de optimização gera novos dados de entrada para o módulo de simulação hidráulica, nomeadamente novos controlos operacionais (*i.e.*, estado de funcionamento dos sistemas elevatórios) e variáveis de estado (*i.e.*, níveis de operação dos reservatórios). A dinâmica entre módulos é um processo iterativo que se repete consecutivamente até que o critério de paragem estabelecido no módulo de optimização seja verificado.

### 3.3 Módulo de avaliação de desempenho

O *módulo de avaliação de desempenho* permite a avaliação do desempenho técnico de sistemas de abastecimento de água nas componentes de adução e distribuição. Para sistemas adutores, a avaliação de desempenho é efectuada nas vertentes de hidráulica, fiabilidade hidráulica, qualidade da água e energia, de acordo com os formalismos propostos por Sousa (2007). Para além de ferramenta de apoio ao diagnóstico e à decisão, os resultados obtidos pela aplicação deste módulo podem ser utilizados no módulo de optimização como variáveis de decisão no processo de optimização do funcionamento do sistema. O módulo de optimização, dada a sua relevância no presente trabalho, será descrito em pormenor em 3.2

### 3.4 Módulo de optimização

O módulo de optimização desenvolvido permite optimizar o funcionamento de sistemas de abastecimento de água segundo dois pontos de vista: custos de energia e fiabilidade hidráulica quantificada em termos do volume de reserva disponível no sistema. Este módulo utiliza como método de optimização Algoritmos Genéticos (AG) e resultou da adaptação de códigos em C++, desenvolvidos por Covas (2003) para a sua implementação. Foi utilizada a biblioteca de software GALib, desenvolvida por Matthew Wall do MIT, baseada na linguagem de programação C++, sendo uma das bibliotecas disponíveis na Internet para fins académicos e de investigação.

A aplicação do módulo de optimização é efectuada nas vertentes de *optimização simples e multicritério*. Na resolução do problema de *optimização multicritério*, a aplicação do módulo de optimização permite seguir duas abordagens distintas (função agregada simples e optimização de Pareto). Para a *optimização de Pareto*, foi desenvolvido um algoritmo complementar, baseado no conceito de dominância de Pareto, que permite determinar o conjunto óptimo de Pareto. Este conjunto de soluções não dominadas é constituído pelos vectores de decisão que não podem

melhorar o valor de qualquer um dos objectivos (custo e fiabilidade) sem a degradação do outro. O algoritmo desenvolvido possui um “filtro” para armazenar as soluções não dominadas que vão surgindo ao longo do processo evolutivo. No final de cada geração, as soluções não dominadas da população actual são adicionadas ao conjunto original. Um novo teste de dominância é efectuado para eliminar deste novo conjunto, formado pelas soluções adicionadas e pelas anteriormente presentes, as soluções que se tornaram dominadas, construindo-se desta forma a fronteira de Pareto.

## 4. Algoritmos Genéticos

A técnica de optimização por Algoritmos Genéticos (AG), criada por Holland (1975) e desenvolvida e consolidada por Goldberg (1989) tem por base a Teoria da Evolução de Darwin. O processo de optimização tem início com a geração aleatória de uma população inicial de  $n$  indivíduos que representam de forma codificada pontos do domínio da função objectivo. A geração de números aleatórios deverá ser de distribuição uniforme por forma a assegurar a diversidade entre os cromossomas da população inicial, garantindo uma exploração inicial alargada do espaço de soluções. Seguidamente, é avaliado o desempenho de cada indivíduo e aplicam-se sucessivamente os operadores genéticos: *selecção*, *cruzamento* e *mutação*. O resultado da aplicação destes operadores é uma nova geração de indivíduos que substituirá a geração anterior. O desempenho dos novos indivíduos é avaliado e é testado um critério de paragem do algoritmo. Pretende-se com a repetição deste processo a evolução de uma população de indivíduos, de geração para geração, até ser encontrado o melhor indivíduo, ou seja, a solução óptima do problema de optimização. A estrutura do algoritmo genético básico encontra-se representada no fluxograma da Figura 3.



Figura 3. Fluxograma de um algoritmo genético básico

A aplicação desta técnica de optimização tem sido potenciada desde a sua criação em diferentes áreas, revelando-se um método heurístico flexível e de fácil implementação. Kazantzis *et al.* (2002), Carrijo (2004), Ribeiro (2005) e Araújo (2005) são alguns dos autores que aplicaram recentemente Algoritmos Genéticos na optimização do funcionamento de sistemas de abastecimento de água.

## 5. Aplicação do Modelo Computacional

### 5.1 Objectivos e Metodologia

A aplicação do modelo computacional desenvolvido ao sub-sistema da Póvoa/Vila do Conde tem como principal objectivo a optimização do funcionamento dos sistemas elevatórios de Laúndos-Rates e de Casais, nas vertentes de optimização simples e multicritério. A metodologia seguida na resolução do problema de optimização multicritério compreendeu as duas abordagens descritas em 3.4 (função agregada simples e optimização de Pareto). Para os dois tipos de abordagem, o

problema de optimização foi formulado para dois tipos de variáveis de decisão: estado de funcionamento horário dos grupos electrobomba e níveis de operação dos reservatórios.

## 5.2 Sistema Elevatório de Laúndos-Rates

### 5.2.1 Descrição Geral

O sistema elevatório de Laúndos-Rates é constituído por uma central sobreprensa, na qual se encontram instalados três grupos electrobomba em paralelo, sendo um de reserva. Cada um dos dois grupos electrobomba que se encontram em funcionamento elevam um caudal de 62.5 l/s com uma altura de elevação média de 113.1 m c.a. até ao reservatório de Laúndos-Rates por intermédio de uma conduta elevatória em ferro fundido dúctil, diâmetro 350 mm e extensão de 2 220 m.

### 5.2.2 Optimização Simples

No âmbito da optimização simples, o principal objectivo foi determinar o esquema de operação óptimo para a estação elevatória de Laúndos-Rates, ou seja, o esquema de operação que minimiza os custos associados ao consumo de energia na bombagem de água. As variáveis de decisão são o estado de funcionamento horário dos grupos electrobomba instalados na estação elevatória ao longo do dia (*i.e.*, 24 variáveis com o valor 0 ou 1).

A solução óptima do problema de optimização em estudo depende do nível inicial de operação do reservatório a jusante do sistema elevatório. Com o objectivo de aferir o nível de água inicial para posteriores simulações foi efectuada uma análise de sensibilidade em que foram analisados quatro cenários distintos, correspondentes aos níveis iniciais 1.35 (nível considerado no modelo de simulação), 1.80, 2.30 e 2.80 m. Para cada um dos cenários foi determinada a solução de custo mínimo e quantificada a fiabilidade hidráulica associada, em termos de capacidade de reserva disponível no sistema. Na Figura 4 apresenta-se o esquema de bombagem óptimo e a respectiva variação do nível de água no reservatório de Laúndos-Rates.

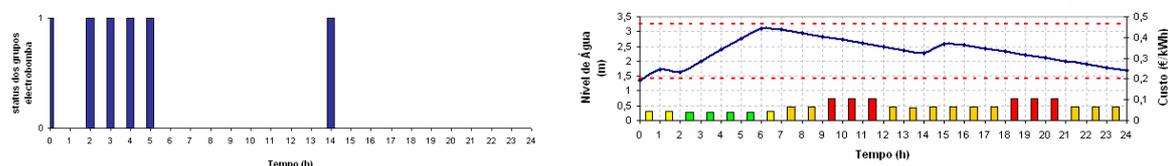


Figura 4. Esquema de bombagem óptimo e variação do nível de água no reservatório de Láundos-Rates.

No Quadro 1 sintetizam-se os resultados obtidos para os diferentes cenários em termos de custo diário de energia eléctrica e fiabilidade hidráulica em termos de volume de reserva disponível. O custo diário de energia eléctrica e a fiabilidade hidráulica foram estimados de acordo os formalismos apresentados em Sousa (2007).

Quadro 1. Sistema Elevatório de Laúndos-Rates - optimização simples: custo diário de energia e fiabilidade hidráulica

Nível inicial do reservatório (m)	Custo diário de energia eléctrica (€)	Fiabilidade hidráulica (%)
1.35	49.7	45.0
1.80	53.4	46.7
2.30	57.7	48.9
2.80	62.0	56.4

Os resultados apresentados no Quadro 1 permitem concluir que soluções de menor custo estão associadas soluções de menor fiabilidade hidráulica, ou seja, estes dois pontos de vista são contraditórios. Em média, uma redução de 4% no custo diário de energia traduz-se num decréscimo de fiabilidade hidráulica estimado em cerca de 1.5 %. Relativamente ao cenário de operação actual a implementação do esquema de bombagem óptimo na central sobreprensa de Laúndos-Rates representa um decréscimo de 6% nos de bombagem.

### 5.2.3 Optimização Multicritério

No âmbito da optimização multicritério, o principal objectivo consistiu em determinar o esquema de operação óptimo para o sistema elevatório de Laundos-Rates que, para além de minimizar o custo associado ao consumo de energia, maximize a fiabilidade h drulica do sistema.

Na optimização com função agregada simples foram analisados três cenários correspondentes aos seguintes pares de factores de pondera o ( $\omega_{\text{custo}}$  e  $\omega_{\text{fiabilidade}}$ ):  $\omega_{\text{custo}}=0.25$ ,  $\omega_{\text{fiabilidade}}=0.75$ , ao qual corresponde uma maior importância da maximização da fiabilidade, em detrimento da minimização do custo;  $\omega_{\text{custo}}=\omega_{\text{fiabilidade}}=0.50$ , ao qual corresponde igual importância de ambos os objectivos e  $\omega_{\text{custo}}=0.75$ ,  $\omega_{\text{fiabilidade}}=0.25$ , no qual se considera que a minimização do custo   prioritária relativamente à maximização da fiabilidade. No Quadro 2 sintetizam-se os resultados obtidos em termos de custo diário de energia eléctrica e fiabilidade h drulica.

Quadro 2. Sistema Elevatório de Laundos-Rates - optimização multicritério: custo diário de energia e fiabilidade h drulica

Cenário	Custo médio diário de energia eléctrica (�)	Fiabilidade h�drulica (%)
$\omega_{\text{custo}} = 0.25$ ; $\omega_{\text{fiabilidade}} = 0.75$	74.20	54
$\omega_{\text{custo}}=\omega_{\text{fiabilidade}} = 0.50$	73.65	53
$\omega_{\text{custo}}=0.75$ ; $\omega_{\text{fiabilidade}} = 0.25$	49.70	46

A análise do Quadro 2 permite verificar que os cenários de operação em que se atribuiu uma relevância de 50 e 75%   fiabilidade apresentam um custo bastante superior ao correspondente a 25%, o que se deve ao maior número de horas de bombagem associado. No cenário em que se atribuiram relevâncias de 75% e 25% respectivamente para o custo e fiabilidade, obteve-se um esquema de operação semelhante ao obtido para a optimização simples.

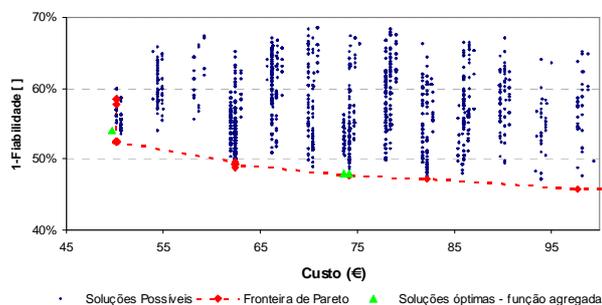


Figura 5. Sistema Elevatório de Laundos-Rates - optimização multicritério: solu es possíveis e solu es óptimas

A subjectividade na atribuição de pesos e a contrariedade dos objectivos em estudo levaram à necessidade de conduzir o processo de optimização à pesquisa do conjunto de solu es óptimas, designado de conjunto óptimo de Pareto. O conjunto de solu es possíveis e o conjunto óptimo de Pareto (Fronteira de Pareto) obtidos do processo de optimização encontram-se representados na Figura 5. Nesta figura apresentam-se também as solu es óptimas obtidas para a optimização multicritério com base na função agregada, que como se pode verificar conduzem a pontos singulares do conjunto de pontos que constitui a fronteira de Pareto, o que permite concluir que a optimização com função agregada pode não conduzir   melhor soluço de operação do sistema quando existem objectivos contraditórios entre si.

## 5.3 Sistema Elevatório de Casais

### 5.3.1 Descri o Geral

O Sistema Elevatório de Casais   constituído por uma central sobrepessora na qual se encontram instalados quatro grupos electrobomba em paralelo, sendo um de reserva. Segundo registos disponibilizados pela equipa de operação do sistema, actualmente apenas dois dos grupos

electrobomba instalados se encontram em funcionamento. Estes grupos apresentam características diferentes e modos de operação distintos. Um dos grupos electrobomba funciona em contínuo (durante 24 horas) elevando um caudal de cerca de 70 l/s, não sendo objecto de optimização no âmbito do presente trabalho. O segundo grupo em funcionamento, a optimizar, eleva um caudal de 465 l/s. O caudal total com origem na central sobreprensa de Casais é bombeado com uma altura de elevação média de 47 m c.a. até ao reservatório de Senhora das Neves por intermédio de uma conduta elevatória em ferro fundido dúctil, diâmetro 1 000 mm e extensão aproximada de 1 680 m.

### 5.3.2 Optimização Simples

No problema de optimização simples do Sistema Elevatório de Casais, o principal objectivo consiste em obter os níveis de operação do reservatório a jusante (Reservatório de Senhora das Neves), que determinam o arranque e paragem do grupo electrobomba a optimizar em cada período de tarifa (supervazio, vazio, cheia e ponta), que minimizem o custo de energia associado à bombagem de água. As variáveis de decisão do problema de optimização consistem em quatro pares de níveis mínimos e máximos de água correspondentes a cada período de tarifa (*i.e.*, 8 níveis de água, 4 níveis mínimos e 4 níveis máximos).

Na optimização do Sistema Elevatório de Casais admitiu-se o nível inicial proposto no modelo de simulação fornecido pela entidade gestora (2.00 m). Na Figura 6 apresenta-se a variação do nível de água no Reservatório de Senhora das Neves e os níveis mínimos e máximos de operação para cada período de tarifa.

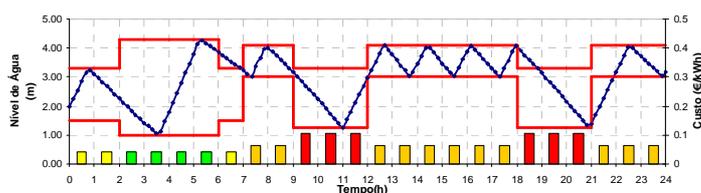


Figura 6. Níveis de operação óptimos e variação do nível de água no Reservatório de Senhora das Neves

No que respeita ao custo médio diário de energia, o valor obtido foi cerca de 252.40 € e a fiabilidade hidráulica, quantificada em termos do volume de reserva disponível, o valor obtido foi de 31%. Comparativamente com o cenário de operação actual a implementação do esquema de bombagem óptimo na central sobreprensa de Casais representa um decréscimo de 8% nos custos de bombagem.

### 5.3.3 Optimização Multicritério

No âmbito da optimização multicritério, o principal objectivo consistiu em determinar os níveis de operação do Reservatório de Senhora das Neves, que para além de minimizarem o custo associado ao consumo de energia no Sistema Elevatório de Casais, maximizem a fiabilidade hidráulica do sistema a jusante. No Quadro 3 sintetizam-se os resultados obtidos em termos de custo diário de energia eléctrica e fiabilidade hidráulica para cada cenário analisado.

Quadro 3. Sistema Elevatório de Casais – optimização multicritério: custo diário de energia e fiabilidade hidráulica

Cenário	Custo médio diário de energia eléctrica (€)	Fiabilidade hidráulica (%)
$\omega_{\text{custo}} = 0.25 ; \omega_{\text{fiabilidade}} = 0.75$	275.60	34
$\omega_{\text{custo}} = \omega_{\text{fiabilidade}} = 0.50$	269.65	33
$\omega_{\text{custo}} = 0.75 ; \omega_{\text{fiabilidade}} = 0.25$	255.60	32

A análise do quadro anterior permite verificar, à semelhança do observado na optimização do Sistema Elevatório de Laúndos-Rates, que à medida que a importância atribuída ao custo aumenta ( $\omega_{\text{custo}}$  a variar de 0.25 a 0.75), para além da redução no custo se observa o decréscimo da fiabilidade, o que permite mais uma vez concluir que as duas funções objectivo a optimizar

representam objectivos conflituosos entre si. Na Figura 7 apresentam-se as soluções óptimas obtidas para a optimização multicritério com base na função agregada, o conjunto de soluções possíveis e o conjunto óptimo de Pareto (fronteira de Pareto).

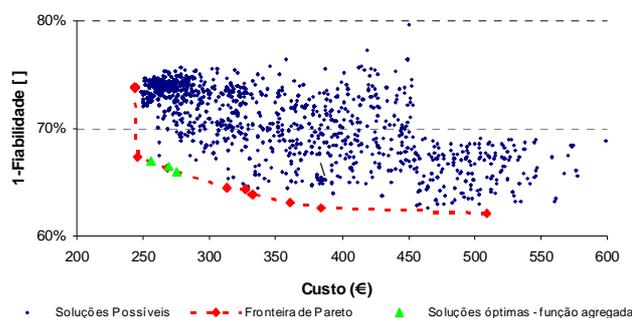


Figura 7. Sistema Elevatório de Casais - optimização multicritério: soluções possíveis e soluções óptimas

## 6. Conclusões

No âmbito da *optimização simples* os resultados obtidos permitiram concluir que a implementação de esquemas de bombagem optimizados comparativamente com o cenário de operação actual, representa um decréscimo de cerca de 6 e 8% nos custos de bombagem dos sistemas elevatórios de Laúndos-Rates e Casais, respectivamente.

Na *optimização multicritério* com função agregada simples concluiu-se que à medida que a importância do custo aumenta, o esquema de operação gerado se aproxima do obtido para a optimização simples. Relativamente à fiabilidade, o comportamento é oposto, embora com uma variação menos acentuada. Na optimização de Pareto obtém-se um conjunto de soluções óptimas (Fronteira de Pareto) associadas ao menor custo e à maior fiabilidade cabendo à entidade gestora a selecção do esquema de operação mais favorável à política de gestão da empresa.

## 7. Referências Bibliográficas

- Araújo, L. (2005) – "Controlo de Perdas na Gestão Sustentável dos Sistemas de Abastecimento de Água. Tese de Doutoramento.", Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.
- Carijo, I. B. (2004) – "Extração de regras operacionais óptimas de sistemas de distribuição de água através de algoritmos genéticos multiobjectivo e aprendizado de máquina". Tese de Doutoramento, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.
- Covas, D. (2003) – "Inverse Transient Analysis for Leak Detection and Calibration of Water Pipe Systems - Modelling Special Dynamic Effects". PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK.
- Haupt, R. L. e Haupt, S. E. (1998) – "Practical genetic algorithms". Wiley-Interscience, New York.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- Gill, P. E., Murray, W., e Wright, M. H. (1981) – "Practical Optimisation". Academic Press.
- Goldberg, D. E. (1989) – "Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning". Addison-Wesley, Reading, MA.
- Kazantzis, M.D., Simpson, A. R., Kwong, D., e Tan, S. K. (2002) – "A New Methodology for Optimising the Daily Operations of a Pumping Plant". Conference on Water Resources Planning.
- Ribeiro, G. P. (2005) – "Operação Optimizada do Sistema Adutor Metropolitano Utilizando Algoritmos Genéticos. Estudo de caso: SAM Leste da Região Metropolitana de São Paulo". Tese de Doutoramento, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Brasil.
- Sousa, C. (2007) – "Optimização Multicritério da Operação de Sistemas de Abastecimento de Água Utilizando Algoritmos Genéticos". Tese de Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.